

КАРАКЕНОВА САЯХАТ ГАБЛЕТОВНА

Фредгольм интегралдық және дифференциалдық теңдеуі үшін сызықтық емес шеттік есептерін параметрлеу әдісімен шешу

6D060100 — Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алуға ұсынылған диссертацияның
АННОТАЦИЯСЫ

Зерттеудің өзектілігі бір жағынан, жаратылыстану есептерін шешуде интегралдық-дифференциалдық теңдеулердің көптеген қолданыстарына, екінші жағынан, интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін сызықтық емес есептердің шешімділігін тиімді анықтауға және олардың шешімдерін табуға мүмкіндік беретін жаңа конструктивті әдістерді дамыту қажеттілігіне байланысты.

Өткен ғасырдың басында В. Вольтерра кейінгі әсер ету құбылысын ескере отырып, серпімді қатты дененің тепе-теңдігі туралы есепті интегралдық-дифференциалдық теңдеулерге келтіруге болатындығын көрсетті. Интегралдық-дифференциалдық теңдеулердің кең қолданыс тауып дамуына физика, химия, биология, экономика және т.б. салалардағы әртүрлі үрдістерді зерттеуде туындауы зор ықпалын тигізді. Интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептер көптеген ғалымдардың еңбектерінде зерттеліп, шешу әдістері мен табу жолдары ұсынылды.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты: Интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулері үшін бастапқы және шеттік есептерді шешуде Д.С.Джумабаевтың параметрлеу әдісін қолдану және шешімді табудың тиімді тәсілдерін құру.

Зерттеу жұмысының міндеттері:

- a) интегралдық бөлігі сызықтық емес интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін арнайы Коши есебі шешімінің бар болуы және жалғыздығы шарттарын орнату;
- b) интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуінің жаңа Δ_N жалпы шешімін құру және оның қасиеттерін анықтау;
- c) Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін сызықтық емес шеттік есептің шешімділік шарттарын алу;
- d) Квазисызықтық Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін Δ_N жалпы шешімді құру және шеттік есептің шешімін табу;
- e) Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін Коши есебі мен шеттік есебінің шешімділік шарттарын орталау әдісімен орнату.

Зерттеу нысаны интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулері үшін бастапқы және шеттік есептері болып табылады.

Зерттеу пәні интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулері үшін шеттік есептердің шешімділік мәселелерін параметрлеу әдісімен зерттеу, кіші сандық параметрі бар бастапқы және шеттік есептер үшін орталау әдісін негіздеу.

Диссертацияның ғылыми жаңалық.

1. Д.С.Джумабаев параметрлеу әдісі интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуіне қолданылды.

2. Сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін арнайы Коши есебінің шешімділік шарттары орнатылды.

3. Интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін жаңа Δ_N жалпы шешім құрылды.

4. Д.С.Джумабаев параметрлеу әдісі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулері үшін шеттік есепке қолданылды.

5. Сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін бастапқы және шеттік есептері орталау әдісімен шешілді.

Зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығы.

Диссертацияның нәтижелері негізінен теориялық сипатта болып табылады. Жұмыстың ғылыми маңыздылығы интегралдық бөлігі сызықтық емес интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін зерттеу мен есептерді шешудің конструктивті әдісін құру болып табылады.

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша 10 жұмыс жарияланды, оның ішінде Scopus базасында индекстелетін рейтингтік ғылыми журналда 3 жарияланым, Ғылым және білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған ғылыми нәтижелерін жариялау тізіміне енетін ғылыми басылымдарда 3 жарияланым ҚР ҒЖБ Білім және ғылым саласында ғылыми қызметтің негізгі ғылыми нәтижелерін жариялау үшін халықаралық конференциялар материалдарында 4 жарияланым, оның ішінде шетелдік конференциялар материалдарында 1 жарияланым.

–ҚР БҒМ Білім және ғылым саласында сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған журналдарда 3 мақала:

1. Dzhumabaev D.S., **Karakenova S.G.** An iterative method for solving the special Cauchy problem for the system of nonlinear integral part // *Kazakh Mathematical Journal*. 19(2) 2019, pp. 49-58.

2. Kadirbayeva Zh.M, **Karakenova S.G.** Numerical solution of multi-point boundary value problems for essentially loaded ordinary differential equations// *Kazakh Mathematical Journal*. 20(4) 2020, pp. 47–57.

3. Stanzhitskii A.N., **Karakenova S.**, Zhumatov S.S. On a comparison theorem for stochastic integro-functional equations of neutral type// Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science. Al-Farabi Kazakh National university. №1 (105), 2020, pp 30-45 (WoS, IF(2022)=0.1; JCI(2022) – Q4)

– Clarivate Analytics Journal Citation Reports бойынша үшінші квартильге енгізілген және/немесе Scopus дерекқорында CiteScore пайыздық көрсеткіштері сәйкесінше 38, 35, 68 болатын ғылыми журналдардағы 3 мақала:

1. Stanzhitskii A.N., **Karakenova S.G.**, Uteshova R.E. Averaging Method and Boundary Value Problems for Systems of Fredholm Integro-Differential Equations// Nonlinear Dynamics And Systems Theory. 20 (1) 2021, pp. 100-113. (Scopus, 38% in Category Mathematical Physics)

2. Assanova A.T., Zhumatov S.S., Mynbayeva S.T., **Karakenova S.G.** On solvability of boundary value problem for a nonlinear Fredholm integro-differential equation // Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series. – 2022. – Vol. №1(105)/2022. – p. 25–34. DOI 10.31489/2022M1/25-34 (WoS, IF(2022)=0.6, JCI(2022) -Q3; Scopus, 35% in Category General Mathematics)

2. Assanova A.T., Mynbayeva S.T., **Karakenova S.G.**, Uteshova R.E. A solution to a nonlinear Fredholm integro-differential equation // Quaestiones Mathematicae. Published online: 09 Mar 2023. <https://doi.org/10.2989/16073606.2023.2183157> (WoS, Q3, IF(2022)=0.7, JCI(2022) –Q2; Scopus, 68% in Category Mathematics (miscellaneous))

Диссертацияның негізгі нәтижелері халықаралық және шетелдік ғылыми конференциялар мен семинарларда баяндалып, талқыланды:

1. **Karakenova S.** On the solution of the special Cauchy problem for the system of nonlinear Fredholm integro-differential equations// Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан. Алматы. 2019. Тезисы докладов. 3-5 апреля 2019г., стр.97-98.

2. **Karakenova S.G.** On solution to the special Cauchy problem for Fredholm integro-differential equations with nonlinear integral part// International Conference of Young Mathematician. 6-8 June 2019, p.30.

3. **Karakenova S.** Approximate method for solving special Cauchy problem for nonlinear integro-differential equation// Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан. Алматы. 2020. Тезисы докладов. 3-5 апреля 2022г., стр. 121-122.

4. Mynbayeva S., **Karakenova S.** On one approach to general solution to a nonlinear Fredholm integro-differential equation //Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан. Алматы. 2020. Тезисы докладов. 4-8 апреля 2022г., стр. 149-150.

Жұмысты апробациялау. Жұмыстың негізгі нәтижелері келесі іс-шараларда баяндалды және талқыланды:

1. Сәуір айындағы дәстүрлі халықаралық ғылыми конференция. Математика және математикалық моделдеу институты. Алматы, (3-5 сәуір 2019 ж., 3-5 сәуір 2020 ж.; 5-8 сәуір 2022 ж.);

2. Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті Дифференциалдық теңдеулер кафедрасының ғылыми семинары. Алматы, (ақпан 2019ж., сәуір 2020ж.);

3. Жас математиктердің халықаралық конференциясы. Украина Ұлттық Ғылым Академиясының Математика институты, Киев, 6-8 маусым 2019 ж.);

4. Т.Г. Шевченко атындағы Киев Ұлттық университетінің Стохастикалық дифференциялық теңдеулер семинары, Киев, Украина (маусым 2019 ж.).

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, үш бөлімнен (бірінші бөлім 3 ішкі бөлімнен, екінші бөлім 3 ішкі бөлімнен және үшінші бөлім 2 ішкі бөлімнен тұрады), қорытындыдан, 132 пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Кіріспе қарастырылып отырған есептердің қазіргі жәй-күйін бағалауды, ғылыми-зерттеу жұмыстарын жүргізу қажеттілігінің негіздемесін қамтиды. Кіріспеде тақырыптың өзектілігі мен жаңалығы, зерттеудің негізгі мақсаттары мен міндеттері, қорғауға ұсынылған ережелер көрсетілген.

Диссертацияда келесі түрдегі интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есеп зерттеледі:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \sum_{k=1}^m \varphi_k(t) \int_0^T \psi_k(\tau) f_k(\tau, x(\tau)) d\tau, t \in [0, T], x \in R^n, \quad (1)$$

$$g[x(0), x(T)] = 0. \quad (2)$$

Бірінші бөлімде (1) интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін Д.С. Джумабаев параметрлеу әдісінің жалпы схемасы қарастырылады. Параметрлеу әдісінің негізгі идеясы: $[0, T]$ аралығы $t_0 = 0 < t_1 < \dots < t_N = T$ нүктелері арқылы N бөлікке бөліп, осы бөліктеуді Δ_N деп белгіленеді. Δ_N бөліктеуі көмегімен ішкі аралықтардағы сызықтық емес интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесін аламыз. Одан әрі $\lambda_r \cong x_r(t_{r-1})$ қосымша параметрлері енгізіледі және $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r, t \in [t_{r-1}, t_r), r = \overline{1, N}$ алмастырулары арқылы аралықтың ішкі интервалдарында

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)(u_r + \lambda_r) + \sum_{k=1}^m \varphi_k(t) \sum_{j=1}^n \int_{t_{j-1}}^{t_j} \psi_k(\tau) f_k(\tau, u_j(\tau) + \lambda_j) d\tau, t \in [t_{r-1}, t_r), r = \overline{1, N} \quad (3)$$

параметрлі интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесін және

$$u_r(t_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, N}, \quad (4)$$

бастапқы шарттарын аламыз.

(3), (4) есебі параметрлі сызықтық емес интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін арнайы Коши есебі деп аталады.

Осы арнайы Коши есебі – (1), (2) интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін шеттік есебін шешудің негізгі қосымша есебі болып табылады. (3), (4) есебінің шешілімділік шарттары орнатылды және шешу жолдары ұсынылды.

Параметрлі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін (3), (4) арнайы Коши есебін шешуге демпфирлеуші көбейткіштері бар итерациялық әдіс негізделді және итерациялық процесті сипаттайтын мысал қарастырылды.

Екінші бөлімде (1), (2) интегралдық бөлігі сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есебі қарастырылды. Интегралдық бөлігі сызықтық емес болатын Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуінің Δ_N жалпы шешімі құрылды және оның қасиеттері анықталды. Δ_N жалпы шешімін шекаралық шартқа және үзіліссіздік шарттарына қойып, сызықтық емес алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз. Тандалған Δ_N бөліктеуіне қойылған теореманың шарттары сәйкес, шеттік есептің шешілімділігі сызықтық емес алгебралық теңдеулер жүйесінің шешілімділігі терминінде орнатылды.

Оған қоса, (1) теңдеуіне сәйкес квазисызықтық Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі қарастырылды. Осы теңдеудің сызықтық бөлігінің шешімін негізге ала отырып, квазисызықтық Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуінің Δ_N жалпы шешімі құрылды және табылған шешім шеттік есепті зерттеуге қолданылды. Квазисызықтық Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін сызықтық шеттік есептің шешілімділігі шарттары орнатылды.

Үшінші бөлімде сызықтық емес кіші параметрі бар Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін шеттік есепті шешуге орталау әдісі қолданылды. Аталған есеп сызықтық емес жәй дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есепке келтірілді. Сызықтық емес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеуі үшін шеттік есеп зерттелді. Қарастырылған есептің шешілімділік шарттары жәй дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептің шешілімділігі терминінде орнатылды.